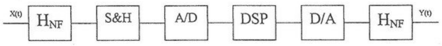
DIGITALNA OBRADA SIGNALA

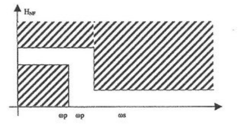
- Tipična ispitna pitanja -

-Odgovori-

1. Nacrtati kompletan blok dijagram sistema za digitalnu obradu signala. Pretpostaviti da je ulazni signal *x(t)* analogni signal (npr. govor) koji se nalazi u šumu. Izlazni signal *y(t)* je takođe analogni signal. Komentarisati pojedinačne blokove i analizirati osnovne karakteristike korišćenih filtara.

Odgovor:





$\omega_S - \omega_a \Rightarrow \omega_m$

$2{,}5\omega_m$ go $4\omega_m$

2. Govorni signal *x(n)* ima spektar u granicama od 300 do 2700 Hz.
   - **a)** Navesti minimalnu učestanost odabiranja za signal *x(n)*.
   - **b)** Kako se vrši idealna rekonstrukcija analognog signala iz njegovih odbiraka?
   - **c)** Objasniti praktične postupke rekonstrukcije analognog signala iz njegovih odbiraka.
   - **d)** Da li je dobro signal *x(n)* odabirati učestanošću od 100 kHz?

   Odgovor:
   - a) Minimalna učestanost odabiranja $f_{od} \Rightarrow 2 * f_{max}$, $f_{od} \Rightarrow 2*2700$Hz , $f_{od} \Rightarrow 5400$Hz
   - b) Idealna rekonstrukcija predstavlja se kao konverzija niza brojeva u povorku Dirakovih impulsa koja se zatim propusta kroz idealni filtar za rekonstrukciju.
   - c) U praksi se to ostvaruje pomoću D/A konvertora i NF filtra.Realni D/A uyima kvantizirane binarne signale i na izlazu daje analogni signal sa funkcijom zadrške nultog reda i funkcijom zadrške prvog reda.
   - d) Dobro je ali bespotrebno i bezkorisno

3. Signal *x(n)* ima spektar u granicama od 3100 do 6200 Hz.
   - **a)** Odrediti donju granicu za ispravno odabiranje sig. *x(n)* – teorema o odabiranju.
   - **b)** Za izračunatu učestanost pod a), odrediti periodu odabiranja.
   - **c)** Kako se vrši idealna rekonstrukcija analognog signala iz njegovih odbiraka?
   - **d)** Objasniti princip rada kola zadrške "0" i kola zadrške "1" reda.
   - **e)** Komentarisati moguće greške kod digitalnih signal procesora zbog ograničene tačnosti procesora.

   Odgovor:
   - a) $f_{od} \Rightarrow 2 * f_{max}$, $f_{od} = 2*6200$Hz , $f_{od} = 12400$Hz.
   - b) $T_s = 1/f_{od} = 1/12400 = 80{,}65\ \mu s$ – perioda odabiranja
   - c) Idealna rekonstrukcija predstavlja se kao konverzija niza brojeva u povorku Dirakovih impulsa koja se zatim propusta kroz idealni filtar za rekonstrukciju.

5. Napisati program u MATLABu za generisanje i crtanje 128 odbiraka kompleksne eksponencijalne sekvence ($e(n) = |A| e^{j(\omega n + \varphi)}$) za sledeće podatke: amplituda *A*=3, početna faza φ=0, učestanost $f_0 = 0.05$, početni vremenski trenutak je *n*=0. Nacrtati prvih 150 odbiraka.

Odgovor:

$e(n) = |A| e^{j(\omega n + \varphi)}$, *A*=3, φ=0, $f_0 = 0.05$,n=0

```
N=128;
A=3;
f0=0.05;
faza=0;
n=0 : 128;
e(n)=abs(A)*exp( j*(ωn+faza));
subplot ( 2 1 1 );
stem (n, reall (e));
subplot ( 2 1 2 );
stem (n, imag (e));
```

6. Napisati program u MATLABu za generisanje i crtanje 100 različitih diskretnih signala sa po 1000 odbiraka definisanih na sledeći način:

$x_i(n) = \sin(2\pi f_i n + \varphi) + a^n$, $f_i = f_0 + 20i$; $i = 0,1,2,\dots,99$

gde je $a = 0.8$, $f_0 = 1200$ *Hz* i fazni ugao $\varphi = \pi / 8$. Učestanost odabiranja je 10 *kHz*. Početni vremenski trenutak je *n*=0.

9. Impulsni odziv diskretnog linearnog vremenski nepromenljivog sistema je

$$h(n) = \begin{cases} n & ;0 \le n < 4 \\ 0 & ;izvan \end{cases}$$

- **a)** Napisati program u MATLABu za određivanje odziva sistema, $y(n)$, na pobudu $x(n) = u(n-1) - u(n-3)$. Sa $u(n)$ je predstavljena jedinična funkcija.
- **b)** Napisati program u MATLABu za crtanje signala *h(n), x(n), y(n)*.
- **c)** Kolika je dužina signala *y(n)* u odnosu na dužinu signala $x(n)$ i $h(n)$?

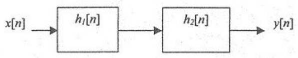
Odgovor:

$$h(n) = \begin{cases} n & ;0 \le n < 4 \\ 0 & ;izvan \end{cases}$$

$x(n) = u(n-1) - u(n-3)$

```
h1=[0   ones( 1,5 )];
h3=[000   ones( 1,3 )];
x=h1 – h3;
h=[0 1 2 3 4  zeros( 1,5 )];
y=conv ( x,h );
k1=0 : length (h) – 1;
k2=0 : length (x) – 1;
k3=0 : length (y) – 1;
subplot ( 3 1 1 );
stem( k1,h );
subplot ( 3 1 2 );
stem( k1,x );
subplot ( 3 1 3 );
stem( k1,y );
```

11. Impulsni odzivi dva kaskadno povezana linearna diskretna sistema su:



$h_1[n] = [1/2\ \ 1/3\ \ 1/4]$ i $h_2[n] = [1\ \ 1/2\ \ 1/4\ \ 1/16]$

Na ulaz ovog sistema se dovodi signal *x(n)*

$$x(n) = \begin{cases} 0.123^n, & za \quad n = 0,1,2,3,\dots 19,20 \\ 0, & izvan \end{cases}$$

- **a)** Napisati program u MATLABu za određivanje odziva sistema *y(n)* na pobudu *x(n)*.
- **b)** Koliko nenultih članova ima odziv sistema?
- **c)** Napisati program u MATLABu za crtanje signala *h₁(n), h₂(n), x(n), y(n)*.
- **d)** Napisati program u MATLABu koji primenom DFT određuje odziv *y(n)*.

Odgovor:

```
h1(n) = [1/2  1/3  1/4];
h2(n) = [1  1/2  1/4  1/16];
h(n)  = conv ( h1,h2 );
n1= 0: 20;
x1= 0.123.^n1;
x=[x1     zeros( 1,79 )];
y=conv (h,x);
k1=0 : length (h1) – 1;
k2=0 : length (h2) – 1;
k3=0 : length (x) – 1;
k4=0 : length (y) – 1;
subplot ( 3 1 1 );  stem( k1,h1 );
subplot ( 3 1 2 );  stem( k2,h2 );
subplot ( 3 1 3 );  stem( k3,x );
subplot ( 3 1 4 );  stem( k4,y );
H=fft ( h,1024 );
X=fft ( x,1024 );
Y= H*X;
y=ifft (Y);
```

14. Da li su sledeći sistemi kauzalni ili nekauzalni (dati objašnjenje):
- **a)** a) $-y(n) = x(n-1) - x(n)$.
- **b)** $y(n-1) = x(n+1) - x(n-2) - y(n-2)$.

Odgovor:

a) $-y(n) = x(n-1) - x(n)$ je kauzalan jer tekući odabirak signala na izlazu zavisi od tekućeg i prethodnog.

b) $y(n-1) = x(n) - x(n-1)$ dati sistem nije kauzan.

15. Zadat je diskretni sistem preko diferencne jednačine

$$y(n) + 0.4y(n-1) - 0.8y(n-2) = 0.5x(n) - 0.8x(n-1) + 0.3x(n-2)$$

- **a)** Primenom *Z* transformacije odrediti prenosnu funkciju *H(z)*.
- **b)** Napisati u MATLABu program za određivanje i crtanje polova i nula.
- **c)** Gde se moraju nalaziti polovi da bi sistem bio kauzalan i stabilan?

Odgovor:

a)

$$y(n) + 0.4y(n-1) - 0.8y(n-2) = 0.5x(n) - 0.8x(n-1) + 0.3x(n-2)$$

$$Y(z) + 0.4Z^{-1}Y(z) - 0.8Z^{-2}Y(z) = 0.5X(z) - 0.8Z^{-1}X(z) + 0.3Z^{-2}X(z)$$

$$Y(z)(1 + 0.4Z^{-1} - 0.8Z^{-2}) = X(z)(0.5 - 0.8Z^{-1} + 0.3Z^{-2})$$

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{0.5 - 0.8Z^{-1} + 0.3Z^{-2}}{1 + 0.4Z^{-1} - 0.8Z^{-2}} * \frac{Z^2}{Z^2}$$

$$\boxed{H(z) = \frac{0.5Z^2 - 0.8Z + 0.3}{Z^2 + 0.4Z - 0.8}}$$

b)

```
n=[0.5  -0.8   0.3];
p=[ 1    0.4  -0.8];
zplane (n,p);
```

c)

Polovi se moraju nalaziti unutar jediničnog kruga.

17. Zadat je diskretni sistem sledećom diferencnom jednačinom

$$y(n) - 2.5y(n-1) + y(n-2) = x(n-1) + 3x(n+2)$$

- **a)** Ispitati stabilnost zadatog sistema.
- **b)** Da li je zadati sistem kauzalan (dati objašnjenje)?
- **c)** Pobuda ovakvog sistema je $x(n) = \delta(n) - 2\delta(n-1)$. Izračunati *Z* transformaciju izlaznog signala $y(n) = h(n) * x(n)$.
- **d)** Proveriti stabilnost izlaznog signala *y(n)*.

Odgovor:

$$y(n) - 2.5y(n-1) + y(n-2) = x(n-1) + 3x(n+2)$$

$$Y(z) - 2.5Z^{-1}Y(z) + Z^{-2}Y(z) = Z^{-1}X(z) + 3Z^2X(z)$$

$$Y(z)(1 - 2.5Z^{-1} + Z^{-2}) = X(z)(Z^{-1} + 3Z^2)$$

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{Z^{-1} + 3Z^2}{1 - 2.5Z^{-1} + Z^{-2}} * \frac{Z^2}{Z^2}$$

$$\boxed{H(z) = \frac{Z + 3Z^4}{Z^2 - 2.5Z + 1}}$$

a)

Sistem nije stabilan jer pojedini članovi se nalaze van jediničnog kruga

b)

sistem nije kauzalan jer n-ti član zavisi i od 3x(n+2), a sistem nema sposobnost predviđanja.

c)

$$x(n) = \delta(n) - 2\delta(n-1)$$

$$X(z) = 1 - 2Z^{-1} = 1 - \frac{2}{Z} = \frac{Z-2}{Z}$$

$$Y(z) = X(z) * H(z) = \frac{Z-2}{Z} * \frac{Z + 3Z^4}{(Z-2)(Z-0.5)}$$

$$Y(z) = \frac{1 + 3Z^3}{-0.5 + Z}$$

d)

Polovi datog sisteme se ne nalaze van jediničnog kruga tako da je sistem stabilan

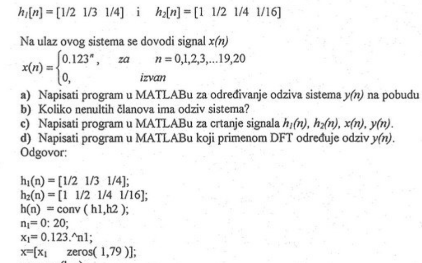
19. Diskretni sistem je zadat sledećom funkcijom prenosa

$H(z) = 8 + 18/(1 - 0.5z^{-1}) - 25/(1 - 0.25z^{-1})$

- **a)** Nacrtati dijagram toka za realizaciji funkcije prenosa *H(z)*.
- **b)** Kako se naziva ovakva realizacija?
- **c)** Objasniti dobre strane ovakvih realizacija u odnosu na direktne realizacije.

Odgovor:

a)



b) Ovakva realizacija se naziva paralelna

c) Direktna realizacija prve i duge vrste primenjuje se za sisteme nižeg reda zato što se y takvim sistemima teško analizira stabilnost.Zato se prednost daje paralelnoj i kaskadnoj.Prednost paralelne realizacije je što je funkcija prenosa pojednostavljena pa je verovatnoća greške manja.

21. Dat je signal *x(n)*:

$x(n) - 3\delta(n) + 1.5\delta(n-5) = 0.8\delta(n-6)$, gde je $0 \le n \le 100$.

- **a)** Napisati program u MATLABu za crtanje amplitudske i fazne karakteristike ovog signala u N=256 tačaka. Koristiti FFT algoritam.
- **b)** Objasniti dobre i loše karakteristike pravougaone i Hamingove prozorske funkcije
- **c)** Šta je osnovna pretpostavka za primenu RADIX-2 FFT algoritma?
- **d)** Kako se povećava rezolucija kod FFT spektra?

Odgovor:

a)

$x(n) - 3\delta(n) + 1.5\delta(n-5) = 0.8\delta(n-6)$, $0 \le n \le 100$

```
d =[1 zeros (1,100)];
d1=[0 0 0 0 0 1 zeros(1,95)];
d2=[0 0 0 0 0 0 1 zeros(1,94)];
x=3*d-1.5*d1+0.8*d2;
n=0:length(x)-1;
N=256;
X=fft(x,n);
k=0:length(X) –1;
asx=abs(X);
fsx=angle(X);
subplot ( 3 1 1 );  stem( n,x );
subplot ( 3 1 2 );  stem( k,asx );
subplot ( 3 1 3 );  stem( k,fsx );
```

b)

Pravougaina je loša funkcija jer ima visoke bočne lukove čime mnogo modifikujemo signal. A to je zbog naglog odsecanja u vremenu a prednost je što je najjednostavnija i što ima uzak glavni luk.

Hamingova funkcija,sa njom se dobija manja selektivnost filtra ali bolje karakteristike u propusnom opsegu.

c)

Predpostavka je da je to sistem sa osnovom 2, odnosno niz se razbija na 2 podniza, zatim se ti podnizovi razbijaju na 2 manja i tako sve dok ne dođemo do elementarnih podnizova sa po 2 elementa.

d)

Kada dužina vremenskog niza nije 2^{-p} , opravdano je produžiti dati niz dodavanjem nultih elemenata da bi se dobilo $N=2^p$ time se postiže efikasnost izračunavanja i istovremeno FFT sa boljom rezolucijom.

23. Digitalni filtri
- **a)** Koji signal se uzima kao pobuda kada se ispituju karakteristike filtara u vremenskom domenu?
- **b)** Šta se može zaključiti iz odziva filtra na takvu pobudu?
- **c)** Tolerancije NF filtra posmatrano u frekvencijskom domenu, komentarisati.
- **d)** Projektovati u MATLABu niskopropusni FIR filter dvadesetog reda (N=20), sa normalizovanom graničnom učestanošću $\omega_n = 0.35$. Pri projektovanju korisititi Hanning-ov prozor.
- **e)** Nacrtati amplitudsku i faznu karakteristiku projektovanog filtra.

Odgovor:

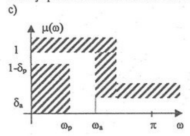
a)

Dovodi se jedinična stepena funkcija.

b)

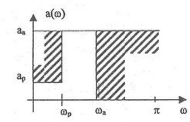
Zaključuje se koji je tip filtra, u zavisnosti koje učestanosti propusti, zaključuje kakva je funkcija prenosa filtra da li unosi nelinearnost faze.

c)



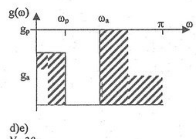
$\boxed{\mu(\omega) = |H(e^{j\omega})|}$

Tolerancija amplitudske karakteristike



$\boxed{a(\omega) = -20\log[\mu(\omega)]}$

Slabljenje — amplitudska karakteristika filtra



$\boxed{g(\omega) = 20\log[\mu(\omega)]}$

Pojačanje

d)e)

```
N=20;
Wn=0.35;
b=fir1(N,Wn,hanning(N+1));
fregz(b,1,1024);
```