

10. Impulzni odziv diskretnog sistema je

$$h(n) = \begin{cases} 0.7^n, & \text{za } n = 0, 1, 2, 3, \dots, 19, 20 \\ 0, & \text{izvan} \end{cases}$$

Na ulaz sistema se dovodi signal sa sledećim nemulitim članovima

$$x(n) = \begin{cases} n+1 & \text{za } n = 0, 1, 2, \dots, 997, 998, 999 \\ 0, & \text{izvan} \end{cases}$$

a) Napisati program u MATLABu za određivanje odziva sistema na pobudu $x(n)$. Koliko nemulitih članova ima odziv sistema?

b) Napisati program u MATLABu za crtanje signala $h(n)$, $x(n)$, $y(n)$.

c) Napisati program u MATLABu koji primenom DFT određuje odziv $y(n)$.

Odgovor:

```
h(n) = [0.7^n, za n = 0,1,2,3,...19,20; 0, izvan];
x(n) = [n+1 za n = 0,1,2,...997,998,999; 0, izvan];
n1=0 : 20;
h1=0.7.^n1;
h=[h1 zeros(1,79)];
x1=0 : 999;
x1=n2+1;
x=[x1 zeros(1,200)];
y=conv(h,x);
k1=0 : length(h)-1;
k2=0 : length(x)-1;
k3=0 : length(y)-1;
subplot(3 1 1); stem(k1,h);
subplot(3 1 2); stem(k1,x);
subplot(3 1 3); stem(k1,y);
H=fft(h,1024);
X=fft(x,1024);
Y=H*X;
y=ifft(Y);
```

18. Diskretni sistem je zadat sledećom funkcijom prenosa

$$H(z) = \frac{1+2z^{-1}+z^{-2}}{1-0.75z^{-1}+0.125z^{-2}}$$

a) Nacrtati dijagram toka koji odgovara direktnoj realizaciji 1. vrste za $H(z)$.

b) Nacrtati dijagram toka koji odgovara direktnoj realizaciji 2. vrste za $H(z)$.

c) Objasniti prednosti 2. realizacije u odnosu na prvu.

Odgovor:

$H(z) = \frac{1+2z^{-1}+z^{-2}}{1-0.75z^{-1}+0.125z^{-2}}$

a)

b)

c) Prednost druge realizacije je što ima manje elemenata za kašnjenje.

24. Digitalni filtri

a) Navesti osnovne uporedne karakteristike IIR i FIR filtera u odnosu na: red filtra, stabilnost i faznu karakteristiku.

b) Projektovati u MATLABu niskopropusni FIR filter dvadesetog reda ($N=20$), sa normalizovanom graničnom učestanošću $\omega_n = 0.35$. Pri projektovanju koristiti Hanning-ov prozor.

c) Nacrtati amplitudsku i faznu karakteristiku projektovanog filtra u 1024 tačke.

Odgovor:

a)

Uz iste postavljene uslove za realizaciju, red FIR filtera bi bio mnogo veći od IIR filtera, FIR filtri ne unose faznu izobliženja za razliku od IIR koji se koriste kod sistema koji zahtevaju visoku selektivnost amplitudskih karakteristike. FIR filtri garantuju linearnu faznu karakteristiku i konstantno grupno kašnjenje.

b)

```
N=20;
Wn=0.35;
b=fir1(N,Wn,hanning(N+1));
freqz(b,1,1024);
```

25. Digitalni filtri

a) Skicirati 4 osnovna tipa filtera u frekvencijskom domenu.

b) Karakteristike filtera u vremenskom domenu (pobuda \rightarrow odziv).

c) Uporedna analiza FIR i IIR filtera (red, stabilnost, faza).

d) Projektovati u MATLABu pojasnu branu kao FIR filter pedesetog reda ($N=50$), između normalizovanih graničnih učestanosti $\omega_{d1} = 0.4$ i $\omega_{d2} = 0.7$. Pri projektovanju koristiti Blackman-ov prozor. Nacrtati amplitudsku i faznu karakteristiku projektovanog filtra.

a)

7. Zadati je ulazni signal $x(n) = \sin(\omega_0 n)$, $\omega_0 = \frac{\pi}{4}$

a) Grafički prikazati (nacrtati) zadati signal $x(n)$ za $n=0, 1, 2, \dots, 9, 10$

b) Grafički prikazati signal na izlazu linearnog vremenski nepromenljivog sistema ako je prenosna funkcija sistema $H(e^{j\omega_0}) = 2e^{-j3\omega_0}$.

Odgovor:

a)

b)

8. Nacrtati i objasniti blok šemu analizatora spektra. Pretpostaviti da je ulazni signal $x(t)$ analogni signal (npr. govor) koji se nalazi u sumu. Koliko spektar, koji se posmatra na izlazu analizatora, predstavlja vernu reprezentaciju spektra signala $x(t)$?

Odgovor:

16. Zadati je kauzalni diskretni sistem sledećom diferencnom jednačinom

$$y(n) = 0.6x(n) + 0.3x(n-1) - 0.2y(n-2) + 0.7x(n-3)$$

a) Primenom Z transformacije odrediti prenosnu funkciju $H(z)$.

b) Napisati u MATLABu prog. za određivanje i crtanje polova i nula zadatog sistema.

c) Kako se definišu pojmovi kauzalnosti i stabilnosti preko Z funkcije prenosa?

Odgovor:

$$y(n) = 0.6x(n) + 0.3x(n-1) - 0.2y(n-2) + 0.7x(n-3)$$
$$Y(z)(1+0.2Z^{-2}) = X(z)(0.6+0.3Z^{-1}+0.7Z^{-3})$$
$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{0.6+0.3Z^{-1}+0.7Z^{-3}}{1+0.2Z^{-2}}$$

$$H(z) = \frac{0.6Z^2 + 0.3Z + 0.7}{Z^2 + 0.2Z}$$

b)

```
p=[0.6 0.3 0 0.7];
p=[1 0 0.2 0];
zplane(p,n);
```

c)

Sistem je stabilan ako olast konvergencije obuhvata jedinični krug. Sistem je kauzalni ako se olast konvergencije nalazi izvan kruga koji prolazi kroz najudaljeniji pol od koordinatnog početka.

22. Dat je signal $x(n)$:

$$x(n) = 2\delta(n) - 1.8\delta(n-1) + 1.25\delta(n-2), \text{ gde je } \delta(n) \text{ jedinični impuls, } 0 \leq n \leq 15.$$

a) Napisati program u MATLABu za crtanje amplitudske i fazne karakteristike ovog signala u $N=12$ tačka. Koristiti FFT algoritam.

b) Šta je DFT u odnosu na Furijeovu transformaciju diskretnog signala?

c) Koja je uloga prozora u DFT analizi?

d) Navesti dva osnovna postupka za FFT.

e) Šta je osnovna pretpostavka za primenu RADIX-2 FFT algoritma?

f) Kako se povećava rezolucija u FFT spektru?

Odgovor:

a)

```
d=[1 zeros(1,15)];
d1=[0 1 zeros(1,14)];
d2=[0 0 1 zeros(1,13)];
x=2*d-1.8*d1+1.25*d2;
n=0:length(x)-1;
N=32;
X=fft(x,N);
k=0:length(X);
asc=abs(X);
fsc=angle(X);
subplot(3 1 1); stem(k,x);
subplot(3 1 2); stem(k,asc);
subplot(3 1 3); stem(k,fsc);
```

b) DFT je dobijena diskretizacijom jedne periode Furijeove transformacije.

c) Uloga prozora je da izdvojimo željeni deo spektra.

d) FFT algoritam sa razbijanjem po vremenu i FFT algoritam sa razbijanjem po frekvenciji.

e) Pretpostavka je da je to sistem sa osnovom 2, odnosno nuz se razbija na 2 podniza, zatim se ti podnizovi razbijaju na 2 manja i tako sve dok ne dođemo do elementarnih podnizova sa po 2 elementa.

f) Kada dužina vremenskog niza nije 2^m , opravdano je proizvoljno dati niz dodavanjem nulih elemenata da bi se dobilo $N=2^m$ time se postiže efikasnost izračunavanja i istovremeno FFT sa boljom rezolucijom.

d)

$$h(n) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t \leq T \\ 0, & \text{za ostale} \end{cases}$$

Funkcija prenosa kola zadržke 0. reda

Funkcija prenosa kola zadržke 1. reda

4. Napisati program u MATLABu za generisanje i crtanje 1000 odabrak diskretnog signala definisanog na sledeći način:

$$x(n) = a^n \sin(2\pi f_0 n + \phi), \text{ gde je } a=0.9, \text{ učestanost sinusoida } f_0 = 2400 \text{ Hz i fazni ugao } \phi = \pi/8. \text{ Učestanost odabiranja je } 8 \text{ kHz. Početni vremenski trenutak je } n=0.$$

Odgovor:

```
x(n) = a^n * sin(2*pi*f0*n + phi), a=0.9, f0 = 2400Hz, phi = pi/8, f_s = 8000Hz, n=0;
N=1000;
a=0.9;
f_s=2400;
faza=8000;
T_s=1/f_s;
t=0:T_s/N:(T_s-1/N);
n=1:N;
T_s=T_s;
x=a.^n * sin(2*pi*f0*n + phi);
x=[x zeros(1,N)];
k=0:length(x)-1;
stem(k,x);
```

12. Proveriti linearnost sistema čije su ulazno izlazne relacije

a) $y(n) = \phi\{x(n)\} = \frac{1}{7}[x(n) + x(n-3)]$

b) $y(n) = \phi\{x(n)\} = 2x^2(n)$

Odgovor:

a)

$$y(n) = \phi\{x(n)\} = \frac{1}{7}[x(n) + x(n-3)]$$
$$\phi\{ax_1(n) + bx_2(n)\} = ay_1(n) + by_2(n) \text{ uslov linearnosti}$$
$$\phi\{ax_1(n) + bx_2(n)\} = \frac{1}{7}[ax_1(n) + bx_2(n) + ax_1(n-3) + bx_2(n-3)] =$$
$$= \frac{1}{7}[ax_1(n) + bx_2(n) + ax_1(n-3) + bx_2(n-3)] =$$
$$= \frac{1}{7}[ax_1(n) + bx_2(n) + ax_1(n-3) + bx_2(n-3)] =$$
$$= ay_1(n) + by_2(n) \text{ sistem je dakle linearan}$$

b)

$$y(n) = \phi\{x(n)\} = 2x^2(n)$$
$$\phi\{ax_1(n) + bx_2(n)\} = ay_1(n) + by_2(n) \text{ uslov linearnosti}$$
$$\phi\{ax_1(n) + bx_2(n)\} = 2[ax_1(n) + bx_2(n)]^2 =$$
$$= 2[a^2x_1^2(n) + b^2x_2^2(n) + 2abx_1(n)x_2(n)] =$$
$$= a^2y_1(n) + b^2y_2(n) + 4ab \sqrt{y_1(n)y_2(n)} \text{ sistem je nelinearan}$$

13. Diskretni sistemi

a) Dati definicija kauzalnosti diskretnog sistema.

b) Da li su sledeći sistemi kauzalni ili nekauzalni (objasniti):

- $-y(n) = x(n-1) - x(n)$
- $y(n-1) = x(n) - x(n-1)$

c) Dati definicija stabilnosti diskretnog sistema.

d) Grafički predstaviti blok dijagramom sledeći diskretni sistem

$$y(n) - 0.25y(n-1) = x(n) - 3.15x(n-2)$$

Odgovor:

a) Sistem je kauzalni ako signal na izlazu za $n=n_0$ zavisi samo od onih vrednosti za koje je $n \leq n_0$.

b) $-y(n) = x(n-1) - x(n)$ je kauzalni jer tekući odabirak signala na izlazu zavisi od tekućeg i prethodnog. $y(n-1) = x(n) - x(n-1)$ dati sistem nije kauzalni.

c) Za diskretni sistem kažemo da je stabilan ako i samo ako ograničeni ulazni niz prouzrokuje ograničeni izlazni niz $|x(n)| \leq A \Rightarrow |y(n)| \leq B \forall n$

d) $y(n) = +0.25y(n-1) - x(n) + 3.15x(n-2)$

20. Diskretni sistem je zadat sledećom diferencnom jednačinom

$$y(n) + 2y(n-2) = 0.5x(n) + 3y(n-1) + 2x(n-2)$$

a) Primenom Z transformacije odrediti prenosnu funkciju $H(z)$.

b) Da li je zadati sistem IIR ili FIR tipa?

c) Nacrtati dijagram toka koji odgovara direktnoj realizaciji 2. vrste za $H(z)$.

d) Odrediti polove funkcije prenosa i komentarisati stabilnost zadatog sistema.

Odgovor:

a)

$$Y(z) + 2Y(z)Z^{-2} = 0.5X(z) + 3Y(z)Z^{-1} + 2X(z)Z^{-2}$$
$$Y(z)(1+2Z^{-2}-3Z^{-1}) = X(z)(0.5+2Z^{-2})$$
$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{0.5+2Z^{-2}}{1+2Z^{-2}-3Z^{-1}}$$

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{-2+0.5Z^2}{2+3Z+2Z^2}$$

b)

Sistem je IIR tipa jer se polovi ne nalaze u koordinatnom početku kompleksne ravni.

c)

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{0.5+2Z^{-2}}{1+2Z^{-2}-3Z^{-1}}$$

d) Pošto su polovi van jediničnog kruga sistem nije stabilan.